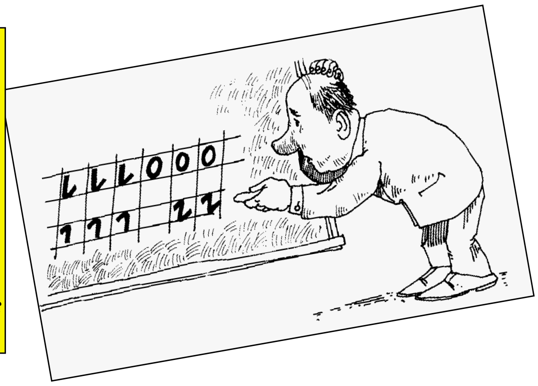
Именование числа в курсе математики факультетов подготовки учителей начальных классов

А.П. Тонких



Понятие величины является важнейшим понятием математики. В курсе математики начальных классов учащиеся знакомятся с такими величинами, как длина, масса, площадь, время и др. Они получают конкретные представления об этих величинах, знакомятся с единицами их измерения, овладевают навыками измерения величин, учатся выражать результаты измерения в различных единицах, выполняют арифметические действия над именованными числам.

Упражнения в измерениях величин и выполнение арифметических действий над именованными числами наряду с изучением геометрического материала развивают у школьников пространственные представления, формируют мировоззрение, вооружают их важными практическими навыками, которые широко применяются в жизни.

Задача вузовского курса математики – дать соответствующие знания и сформировать умения и навыки работы с именованными числами у своих выпускников – будущих учителей начальных классов. Проведение целенаправленной работы в этом направлении способствует гуманитаризации математического образования, усилению прикладной направленности курса, а значит, повышению качества профессиональной подготовки студентов.

Прежде чем перейти к изложению вопросов, касающихся именованных чисел, напомним некоторые сведения из раздела «Величины и их измерение» вузовского курса, на которые мы будем опираться в дальнейшем.

Мы будем широко использовать термин «мера». Этим термином обозначают связанные между собой, но все же неодинаковые понятия.

1. Мерой называют *единицу измерения величин*.

2. Мерой называют *средство измерений*, предназначенное для воспроизведения физической величины заданного размера. Например, гиря – мера массы, измерительная колба – мера объема.

3. Мерой называют *численное значение* некоторой величины. Если величина объекта α измерена с помощью единицы измерения e, то его меру записывают так: $m_e(\alpha)$.

Как правило, в каждом конкретном случае будет ясно, о каком толковании термина «мера» идет речь.

Однородные меры (т.е. меры, выражающие одно и то же свойство объектов или явлений) бывают высшего и низшего наименования. *Более крупная единица измерения по отношению к более мелкой называется* ***мерой высшего наименования (большей мерой)****; более мелкая единица измерения по отношению к более крупной называется* ***мерой низшего наименования (меньшей мерой)***. Так, метр есть мера высшего наименования по отношению к дециметру и сантиметру, но низшего наименования по отношению к километру.

Число, которое показывает, сколько раз меньшая мера содержится в непосредственно за ней следующей большей однородной мере, называется ***единичным отношением*** *этих мер*. Так, в метрической системе мер единичное отношение всех мер длины есть число 10; единичное отношение часа и минуты равно 60, суток и часа – 24.

Большинство мер, изучаемых в курсе математики, обладают двумя свойствами:

Свойство 1 (свойство аддитивности меры). Если объект α состоит из нескольких объектов (т.е. $\alpha = \alpha_1 \oplus \alpha_2 \oplus \ldots \oplus \alpha_n$), то его мера равна сумме мер этих объектов $(m_e(\alpha) = m_e(\alpha_1) + m_e(\alpha_2) + \ldots + m_e(\alpha_n))$.

Свойство 2 (свойство мультипликативности меры). При замене единицы измерения мера увеличивается (уменьшается) во столько раз, во сколько новая единица меньше (больше) старой, т.е. если $m_{e_1}(\alpha)$ и $m_{e_2}(\alpha)$ – меры объекта α, полученные с помощью единиц измерения e_1 и e_2 соответственно, то выполняется равенство $m_{e_2}(\alpha) = m_{e_1}(\alpha) \cdot m_{e_2}(e_1)$.

К понятию «именованное число» мы приходим в результате измерения величин, которое позволяет свести их сравнение к сравнению чисел, а операции над величинами – к соответствующим операциям над числами.

Именованным числом *называют численное значение величины, взятое вместе с указанием наименования единицы измерения.* Так, 7 м, 15 кг – именованные числа. Именованные числа выражают тот размер, который в отдельном частном случае имеет величина данного рода, и с этой точки зрения их всегда надо рассматривать как некоторую величину того или другого рода. Так, 7 метров – это некоторая длина, 15 килограммов – некоторая масса. В таком понимании именованного числа ему придается более общее значение. Длину, записанную в виде 7 м 25 см 7 мм, цену, записанную в виде 2 руб. 38 коп., и т.п. также называют именованным числом, хотя в действительности в каждом из этих случаев имеется несколько чисел и несколько различных единиц измерения.

Именованное число дает всегда вполне определенное и ясное представление о размере той или другой величины.

Два именованных числа называются ***равными****, если они выражают одно и то же значение величины.* Так, 6 кг 827 г равны 6 827 г, так как оба числа выражают одну и ту же массу.

Именованное число называется ***простым****, если оно состоит из единиц только одного наименования,* например 7 м.

Именованное число называется ***составным****, если оно состоит из единиц различных наименований,* например 7 м 25 см.

Составные именованные числа получаются в результате измерения в тех случаях, когда взятая единица измерения не содержится целое число раз в измеряемой величине и поэтому получившийся остаток приходится измерять меньшей единицей измерения.

В практике производятся следующие преобразования именованных чисел, основанные на свойствах аддитивности и мультипликативности меры: так называемые раздробление и превращение.

Преобразование именованного числа в единицы одного какого-нибудь низшего наименования называется раздроблением, а обратное преобразование (преобразование именованного числа в единицы одного какого-нибудь высшего наименования) – ***превращением****.*

Эти преобразования можно осуществить, пользуясь следующими правилами, применение которых мы поясним на примерах.

Правило 1. Чтобы раздробить простое именованное число, достаточно умножить его численное значение на меру старой единицы измерения при новой единице измерения.

Правило 2. Чтобы раздробить составное именованное число, следует сначала меры высшего наименования раздробить в следующие за ними в данном числе меры низшего наименования, умножая для этого меры высшего наименования на соответствующее отношение; к полученному произведению прибавить данное число мер того же низшего наименования, если оно имеется. Затем результат тем же способом раздробить в меры следующего низшего наименования и т.д., пока не получим меру заданного наименования.

Пример 1. Раздробите 8 ц в граммы.

Решение. Отношение центнера к грамму равно числу 100 000 (1 ц = 1·100 кг = = 100 кг =100·1 000 г = 100 000 г), поэтому 8 ц = 8·100 000 г = 800 000 г.

Ответ: 800 000 г.

Пример 2. Раздробите: а) 3 км 56 м 9 дм в дециметры; б) 23 г. 7 мес. 5 дн. в часы, приняв условно, что 1 мес. = 30 дн.

Решение. а) Заметим, что 1 м = 10 дм, 1 км = 10^3 м = $10^3 \cdot 10^1$ дм = 10 000 дм. Тогда 3 км 56 м 9 дм = 3·10 000 дм + 56·10 дм + + 9 дм = 30 000 дм + 560 дм + 9 дм = 30 569 дм.

б) Заметим, что 1 г. = 12 мес., 1 мес. = 30 дн., 1 день = 24 ч. Тогда 23 г. 7 мес. 5 дн. = 23 · · 12 мес. + 7 мес. + 5 дн. = 276 мес. + 7 мес. + + 5 дн. = 283 мес. + 5 дн. = 283·30 дн. + 5 дн. = = 8 490 дн. + 5 дн. = 8 495 дн. = 8495 · 24 ч = = 203 880 ч.

Ответ: а) 30 569 дм; б) 203 880 ч.

Замечание. При раздроблении составных именованных чисел все операции обычно легко выполняются в уме, если даны меры стоимости, метрической системы или системы СИ.

Правило 3. При превращении следует численное значение данного простого именованного числа разделить на число, показывающее, сколько раз мера этого числа содержится в непосредственно за ней следующей однородной мере. В неполном частном получим число единиц следующего высшего наименования, а в остатке – число единиц данного наименования. С полученным неполным частным нужно проделать аналогичные действия и т.д. Последнее неполное частное вместе со всеми остатками и будет искомым составным именованным числом.

Пример 3. Превратите 4 682 315 см в километры, метры, сантиметры.

Решение. Заметим, что 1км = 10^3 м = = 1 000 м, 1м = 10^2 см = 100 см. Разделим 4 682 315 на 100 с остатком: 4 682 315 = = 46 823·100 + 15, значит, 4 682 315 см = = 46 823 м + 15 см. Разделим теперь 46 823 на 1 000 с остатком: 46 823 = 46·1 000 + 823, значит, 46 823 м = 46 км + 823 м. Следовательно, 4 682 315 см = 46 км + 823 м + 15 см.

Ответ: 46 км 823 м 15 см.

Пример 4. Превратите 71 496 328 секунд в меры высшего наименования.

Решение. Сначала следует превратить 71 496 328 с в следующую меру высшего наименования – в минуты. Для этого надо 71 496 328 разделить на 60, так как одна минута содержит 60 с. Полученное неполное частное выразит число минут, а остаток – число секунд составного именованного числа. Если в неполном частном получится больше 60 мин, то его можно превратить в следующую меру высшего наименования – в часы. Для этого необходимо разделить полученное частное на 60, так как в одном часе 60 мин. Если в новом неполном частном получится больше 24 ч, то его можно превратить в следующую меру высшего наименования – в сутки. Для этого следует разделить полученное частное на 24, так как в сутках 24 ч. Далее, если это возможно, превращаем получающиеся неполные частные в следующие меры высшего наименования: годы и столетия. Последнее частное вместе со всеми остатками и будет искомым составным именованным числом.

Запишем вычисления по действиям:

1) 71 496 328 = 1 191 605·60 + 28, значит, 71 496 328 с = 1 191 605 мин + 28 с;

2) 1 191 605 = 19 860 · 60 + 5, значит, 1 191 605 мин = 19 860 ч + 5 мин;

3) 19 860 = 827·24 + 12, значит, 19 860 ч = = 827 сут + 12 ч;

4) 827 = 2·365 + 97, значит, 827 сут = = 2 г. + 97 сут.

Таким образом, 71 496 328 с = 2 г. 97 сут 12 ч 5 мин 28 с.

Ответ: 2 г. 97 сут 12 ч 5 мин 28 с.

Пример 5. Выразите: а) 20 м/с в км/ч; б) 30 кг/мм^2 в г/м^2.

Решение. а) Учитывая, что 1 м = 10^{-3} км, 1 с = 1/3600 ч, будем иметь: 20 м/с =

$$= 20 \cdot \frac{1\text{ м}}{1\text{ м/с}} = \frac{10^{-3}\text{ км}}{1/3600\text{ ч}} = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 3600 \cdot$$

· 1 км/ч = 72 км/ч.

б) Учитывая, что 1 кг = 103 г, 1 мм^2 = = 10^{-6} м^2, будем иметь: 30 кг/мм^2 = $= 30 \cdot \frac{1\text{ кг}}{1\text{ мм}^2} = 30 \cdot \frac{10^3\text{ г}}{10^{-6}\text{ м}^2} = 30 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot$ $\cdot\, 1\text{г/м}^2 = 3 \cdot 10\text{г/м}^2$.

Ответ: а) 72 км/ч; б) 3 · 1010 г/м^2.

Пример 6. Площадь одного участка 50 ар, второго – 0,006 км^2. Площадь какого участка больше?

Решение. Выразим площади участков в единицах одного наименования (в квадратных метрах). Площадь первого участка: 50 а = 50 · 1 а = 50 · 100 м^2 = 5 000 · 1м^2 = = 5 000 м^2. Площадь второго участка: 0,006 км^2 = 0,006 · 1 км^2 = 0,006 · 1 000 · · 1 000 м^2 = 6 000 · 1м^2 = 6 000 м^2. Видим, что 5 000 < 6 000, значит, площадь второго участка больше, чем первого.

Ответ: площадь второго участка больше, чем первого.

Чтобы проверить правильность раздробления, надо сделать превращение полученного простого именованного числа. Раздробление сделано верно, если в результате превращения получим данное составное именованное число. Чтобы проверить превращение, надо, наоборот, раздробить получившееся составное именованное число; если после этого получим данное простое именованное число, превращение сделано верно. Таким образом, раздробление проверяется превращением, а превращение – раздроблением.

Арифметические действия над именованными числами также выполняются по определенным правилам.

Правило 4 (правило сложения именованных чисел). Чтобы сложить составные именованные числа, сначала необходимо подписать слагаемые одно под другим так, чтобы числа одного наименования находились в одном вертикальном столбце. Потом следует сложить отдельно единицы одного и того же наименования, начиная с низших; если в сумме получится число единиц, большее соответствующего единичного отношения, то следует сделать превращение и прибавить единицы высшего наименования к полученным единицам, а остаток записать на месте единиц низшего наименования.

Пример 7. Сложите следующие числа: а) 41 р. 86 коп., 197 р. 68 коп. и 22 р. 75 коп.; б) 22 ч 55 мин 27 с и 17 ч 38 мин 49 с.

Решение. Согласно правилу 4 будем иметь:

а) 41 р. 86 коп.	б) 22 ч 55 мин 27 с
197 р. 68 коп.	17 ч 38 мин 49 с
22 р. 75 коп.	39 ч 93 мин 76 с
260 р. 229 коп.	1 сут 16 ч 34 мин 16 с
262 р. 29 коп.	

Ответ: а) 262 р. 29 коп.;
б) 1 сут 16 ч 34 мин 16 с.

Замечание. Сложение можно выполнить другим способом: слагаемые следует преобразовать в простые именованные числа путем раздробления их в меры одного низшего наименования, а затем найти сумму по правилу сложения отвлеченных чисел. Этот способ удобен, когда слагаемые выражены в единицах метрической системы мер или мер стоимости.

Правило 5 (правило вычитания именованных чисел). Чтобы произвести вычитание именованных чисел, сначала необходимо вычитаемое подписать под уменьшаемым так, чтобы числа одного наименования находились в одном вертикальном столбце. Затем следует последовательно вычитать единицы вычитаемого из единиц того же наименования уменьшаемого, начиная с низших. Если в уменьшаемом единиц какого-либо наименования меньше, чем единиц того же наименования в вычитаемом, то следует взять в уменьшаемом одну единицу следующего высшего наименования, раздробить ее в единицы низшего наименования, прибавить к единицам того же наименования в уменьшаемом и затем уже произвести вычитание.

Пример 8. Найдите разность:
12 т 4 ц 6 кг – 3 т 8 ц 38 кг.

Решение. Согласно правилу 5 будем иметь:

$$\begin{array}{r} _{-}12\text{ т }4\text{ ц }06\text{ кг} \\ 3\text{ т }8\text{ ц }38\text{ кг} \\ \hline 8\text{ т }5\text{ ц }68\text{ кг} \end{array}$$

Ответ: 8 т 5 ц 68 кг.

Как и сложение, вычитание составных именованных чисел можно заменять вычитанием простых именованных чисел.

Пример 9. Найдите разность:

12 м^2 524 см^2 – 8 м^2 962 см^2 77 мм^2.

Решение. Раздробим вычитаемое и уменьшаемое так, чтобы данные величины были выражены единицей одного наименования: 12 м^2 524 см^2 = 12 · 10^6 мм^2 + 524 · · 10^2 мм^2 = 12 052 400 мм^2; 8 м^2 962 см^2 77 мм^2 = 8 · 10^6 мм^2 + 962 ·10^2 мм^2 + 77 мм^2 = = 8 096 277 мм^2, а затем произведем вычитание отвлеченных чисел: 12 052 400 – – 8 096 277 = 3 956 123. Значит, 12 м^2 524 см^2– – 8 м^2 962 см^2 77 мм^2 = 3 956 123 мм^2 = = 3 м^2 9561 см^2 23 мм^2.

Ответ: 3 м^2 9561 см^2 23 мм^2.

В ходе решения задач, связанных с единицами времени, при переводе месяцев в дни или дней в месяцы следует быть внимательным, так как месяцы имеют неодинаковое число дней. Если при решении задачи не учитывается длительность месяца и года в днях, решение задачи надо считать условным.

Пример 10. Марина поступила в университет 12 августа 1993 года и окончила его через 4 года 9 месяцев и 24 дня. Когда Марина окончила университет?

Решение. Это задача первого вида. Узнаем вначале, сколько времени прошло от начала нашего летосчисления до поступления Марины в университет. Получаем составное именованное число 1992 года 7 месяцев 11 дней. Теперь узнаем, сколько времени прошло от начала нашего летосчисления до окончания Мариной университета:

$$\begin{array}{r} 1992\text{ г. }\ 7\text{ мес }\ 11\text{ дн} \\ 4\text{ г. }\ 9\text{ мес }\ 24\text{ дн} \\ \hline 1996\text{ л. }16\text{ мес }\ 35\text{ дн} \\ \hline 1997\text{ л. }\ 5\text{ мес }\ 25\text{ дн} \end{array}$$

35 дней больше месяца; 16 месяцев больше года; из 16 месяцев вычитаем 12 месяцев, остается 4 месяца. В сумме получаем составное именованное число: из суммы дней получается пятый месяц. Этот месяц – май, следовательно, из 35 дней вычитаем 31 день. Остается 4 дня. В сумме получаем составное именованное число: 1997 л. 5 мес 12 дн. Переведем его в число хронологическое и узнаем, когда Марина окончила университет. Рассуждаем так: от начала нашего летоисчисления прошло 1997 лет 5 месяцев 25 дней, следовательно, наступил 1998 год, шестой месяц, или июнь, 26-е число, т.е. Марина окончила университет 26 июня 1998 г.

Ответ: 26 июня 1998 г.

Правило 6 (правило умножения именованного числа на отвлеченное). Чтобы умножить именованное число на отвлеченное, следует умножить на это число отдельно единицы каждого наименования, начиная с низших наименований; если в произведении получится число, большее единичного отношения или равное ему, то надо сделать превращение и прибавить полученные единицы высшего наименования к произведению на множитель этих последних мер, а в ответ записать только оставшиеся низшие меры.

Пример 11. Умножьте 6 кг 425 г на 8.

Решение. Согласно правилу 6 сначала умножим 425 г на 8, получаем 3 400 г, что составляет 3 кг 400 г. Умножаем 6 кг на 8, получаем 48 кг. Прибавляем к 48 кг 3 кг, получаем 51 кг. Следовательно, искомое произведение равно 51 кг 400 г.

Вычисления можно оформить и так:

$$\begin{array}{l} \times\ 6\text{ кг }425\text{ г} \\ \qquad\quad 8 \\ \hline 48\text{ кг }3400\text{ г} \\ \hline 51\text{ кг }400\text{ г} \end{array}$$

Ответ: 51 кг 400 г.

При умножении составных именованных чисел на многозначное число вычисления можно производить по действиям.

Пример 12. Вычислите (18 ч 9 мин 46 с) · · 53.

Решение:

1) 46 с · 53 = 2438 с;
2) 2438 = 40 · 60 + 38; 2438 с = 40 мин 38 с;
3) 9 мин · 53 = 477 мин;
4) 477 мин + 40 мин = 517 мин;
5) 517 = 8 · 60 + 37; 517 мин = 8 ч 37 мин;
6) 18 ч · 53 = 954 ч;
7) 954 ч + 8 ч = 962 ч;
8) 962 = 40· 24 + 2; 962 ч = 40 сут 2 ч;
9) 40 = 1· 30 + 10; 40 сут = 1 мес 10 сут;

Таким образом, (18 ч 9 мин 46 с) · 53 = = 1 мес 10 сут 2 ч 37 мин 38 с.

Ответ: 1 мес 10 сут 2 ч 37 мин 38 с.

Замечание. Умножение можно выполнить другим способом: множимое (составное именованное число) следует преобразовать в простое именованное число, а затем найти произведение по правилу умножения отвлеченных чисел. Этот способ удобен, когда множимое выражено в единицах метрической системы мер или мер стоимости.

При делении именованных чисел могут быть два случая: деление именованного числа на отвлеченное и деление именованного числа на однородное с ним именованное число.

Деление именованного числа на отвлеченное есть то же, что деление на части; в этом случае в частном получается именованное число, представляющее некоторую часть делимого.

Правило 7 (правило деления именованного числа на отвлеченное). Чтобы разделить именованное число на отвлеченное, необходимо сначала разделить меры высшего наименования; если получится остаток, раздробить его в следующие низшие меры, прибавить их к мерам того же наименования в делимом и полученное число разделить на делитель, и т.д. до тех пор, пока не получится полное частное.

Пример 13. Разделите 10 лет 8 месяцев 24 дня на 6.

Решение. Согласно правилу 7 оформим вычисления по действиям:

1) 10 л. = 1г. · 6 + 4 г;
2) 4 г. = 4 · 12 мес = 48 мес;
3) 48 мес + 8 мес = 56 мес;
4) 56 мес = 9 мес · 6 + 2 мес;
5) 2 мес = 2 · 30 дн = 60 дн;
6) 60 дн + 24 дн = 84 дн;
7) 84 дн : 6 = 14 дн

Таким образом, 10 л. 8 мес 24 дн = = 1 г. 9 мес 14 дн

Ответ: 1 г. 9 мес 14 дн

Замечание. Деление можно выполнить другим способом: делимое (составное именованное число) следует преобразовать в простое именованное число, а затем найти частное по правилу деления отвлеченных чисел. Этот способ удобен, когда множимое выражено в единицах метрической системы мер или мер стоимости.

Пример 14. Разделить 812 руб. 16 коп. на 18.

Решение. Раздробим данное именованное число: 812 руб. 16 коп. = 81 216 коп., а затем произведем деление отвлеченных чисел: 81 216 : 18 = 4 512, значит, 812 руб. 16 коп. : 18 = 45 руб. 12 коп.

Ответ: 45 руб. 12 коп.

Правило 8 (правило деления именованного числа на именованное). При делении именованного числа на именованное необходимо делимое и делитель раздробить в одинаковые меры низшего наименования и полученные числа разделить по правилу деления отвлеченных чисел.

При делении именованного числа на именованное число в частном получается отвлеченное число, показывающее отношение данных однородных мер. Следовательно, в данном случае производится деление по содержанию.

Пример 15. Куб с ребром 10 мм весит $7{,}2 \cdot 10^{-5}$ т. Сколько граммов весит куб с ребром 1 км, сделанный из того же материала?

Решение. Вес куба с ребром 1 км во столько раз больше веса куба с ребром 10 мм, во сколько раз его объем больше объема меньшего куба. Оформим решение по действиям с записью пояснений:

1) 10 · 10 · 10 = 1 000 (мм^3) – объем меньшего куба, 1 000 мм^3 = 10^{-6} м^3;

2) $1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$ (км^3) – объем большего куба, 1 км^3 = 10^9 м^3;

3) $10^9 : 10^{-6} = 10^{15}$ (раз) – во столько раз объем второго куба больше объема первого куба;

4) $7{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{15} = 7{,}2 \cdot 10^{10}$ (т) – весит больший куб.

$7{,}2 \cdot 10^{10}$ т = $7{,}2 \cdot 10^{10} \cdot 10^3$ кг = $7{,}2 \cdot 10^{10} \cdot 10^3 \cdot 10^3$ г = $7{,}2 \cdot 10^{16}$ г.

Ответ: $7{,}2 \cdot 10^{16}$ г.

Надеемся, что предложенные правила займут достойное место в математической подготовке будущих учителей начальных классов, а работающие учителя будут постоянно использовать их в своей практике, формируя соответствующие навыки работы с именованными числами у младших школьников.

Литература

1. *Демидова Т.Е., Тонких А.П.* Теория и практика решения текстовых задач. – М.: Изд. центр «Академия», 2002.

2. *Тонких А.П.* Математика: Уч. пос. для студентов ф-тов подготовки учителей нач. классов. – М.: Кн. дом «Университет», 2002.

3. *Чекмарев Я.Ф., Тулинов И.Б.* Арифметика для педагогических училищ. – М.: Просвещение, 1967.

Александр Павлович Тонких – *канд. физ.-мат. наук, доцент Брянского государственного университета.*