

Использование межпредметных аналогий и ассоциаций в преподавании математики в гуманитарном классе

О.В. Панишева

Я больше всего дорожу аналогиями, моими верными учителями.

Я. Кеплер

Учителя, которые работали в гуманитарных классах, хорошо знают, что и сам стиль преподавания, и задания, предлагаемые школьникам-гуманитариям, отличаются от аналогичных в обычных и других профильных классах.

Еще в 90-е годы прошлого века начали говорить о необходимости сочетать серьезное естественно-научное и техническое образование с гуманитарным. Сейчас все большую популярность завоевывает такая, на первый взгляд, парадоксальная идея: для лучшего усвоения знаковой информации, которую несет математика, нужно учить детей лучше усваивать образную информацию, в частности музыку, живопись, пластику [3].

Гуманитарные классы существуют уже достаточно долго, и особенности этих групп учащихся хорошо изучены. Например, известно, что у гуманитариев преобладает наглядно-образное мышление. Вот почему мы пытаемся создавать на уроке математики в гуманитарном классе как можно больше образов, используя сказки, поэзию, метафоры, ассоциации.

Среди всего разнообразия задач и заданий для учащихся гуманитарного класса мы предлагаем и такие, в которых знания математики тесно переплетаются со знаниями других, чисто гуманитарных предметов. Особое место в нашей практике занимают задания на установление аналогий между изучаемым математическим материалом и различными объектами из гуманитарной области и повседневной жизни. Это вызы-

вает интерес у школьников, склонных к гуманитарным наукам, придает им силы и вселяет надежду на дальнейшее успешное обучение, ведь выполнение таких заданий проходит живо, нестандартно и требует не только математических знаний, в которых гуманитарии чаще всего не сильны, но и гуманитарных, с которыми дело у ребят обстоит лучше. Мы хотим поделиться с коллегами **опытом применения заданий на поиск межпредметных аналогий и ассоциаций.**

Аналогия – один из общелогических методов. Как говорится в учебнике по философии науки, «слово *аналогия* греческого происхождения и означает буквально *соответствие, сходство*. При выводе по аналогии знание, полученное из рассмотрения какого-либо объекта, переносится на другой, менее изученный объект. Заключение по аналогии является правдоподобными. Этот метод не дает достоверного знания» [7, с. 355].

Именно потому, что заключения, сделанные по аналогии, носят лишь правдоподобный характер, этот общелогический метод с большой осторожностью применяется в математике. Выводы, сделанные по аналогии, нередко приводят к ошибкам: например, очень часто школьники переносят свойства фигур на плоскости на случай пространства, как это происходит при использовании теоремы о двух прямых, перпендикулярных третьей, заключение которой истинно на плоскости, но ошибочно в пространстве.

Однако то, что с осторожностью применяется для новых открытий в науке, может сослужить хорошую службу в преподавании уже известных фактов, в методике. Так, ученые, которые занимались использованием аналогий в обучении (О.А. Аракелян, С.Е. Ляпин, Г.Д. Балк, С.П. Бондарь), установили, что этот метод может быть полезным при повторении материала, для установления связей между разными темами школьного курса. В частности, И. Корнейчук отмечает, что «применение аналогии развивает творческие способности ученика, а состояние овладения аналогией характеризует уровень творческого развития человека» [6].

Чаще всего исследователи имеют в виду аналогию как метод познания. Традиционно учителя математики обращаются к аналогии при изучении похожих объектов плоскости и пространства для выдвижения гипотез о свойствах фигур (например, тетраэдра и треугольника, куба и квадрата, окружности и сферы и пр.).

Мы же поведем речь об аналогиях межпредметного характера, рассматривая этот термин в широком смысле, как это делается в психологии, где аналогия – это «один из видов ассоциации по схожести, на основе которой одна мысль вызывает другую» [10].

К теме аналогий часто обращаются и философы, например В. Беляев, который в структуре аналогии выделяет тему и фору. «Чтоб произошла аналогия, тема и форма должны относиться к разным предметным областям, иначе аналогия уступит место рассуждению с помощью примера или иллюстрации», – утверждает философ и сравнивает аналогю с метафорой по размытости символов и объектов, которым соответствуют эти символы [1].

Найденные нами в гуманитарных областях знания аналоги математических объектов также довольно приблизительны, размыты, отдалены, поэтому, взяв во внимание сравнение В. Беляева, предлагаем назвать их *литературными метафорами математики*.

Приведем аргументы, которые позволяют нам обосновать необходимость использования заданий на установление аналогий и ассоциаций в преподавании математики.

Первое, ради чего мы предлагаем использовать межпредметные аналогии, – это **интеграция знаний**, которая способствует формированию целостной картины мира. Филолог Г. Гачев, который попытался взглянуть на естественные науки, в том числе и математику, с позиций гуманитария, считает, что современное знание расколото на две отрасли – гуманитарную и естественно-математическую. Он отмечает, что на уроках математики школьник вынужден забыть о Пушкине, и наоборот, а поскольку мир един и человек един, то ребенку приходится существ-

ствовать в шизофренической ситуации раздвоения своих способностей [2]. Автор взглянул на математику с гуманитарной точки зрения; мы смотрим на гуманитарные объекты с позиции математика с одной целью – установить математико-гуманитарные параллели, своеобразные мосты между этими двумя колоссальными системами в культуре. С этой целью, а также чтобы приблизить любимый нами предмет к ученику-гуманитарию, сделать его родным и близким этому ученику, мы и пытаемся перевести математику, ее правила, методы, проблемы, задачи, теоремы на язык гуманитарной культуры, на язык образов, символов, эмоций.

Установление математико-гуманитарных параллелей при изучении математики заняло значительное место в нашей педагогической практике. Этому способствовало и наблюдение за учащимися в ситуации, когда они изучают новый материал. Часто школьники стараются найти в своей памяти аналог того, что изучается, при этом аналогичный объект не обязательно принадлежит математической отрасли знаний. Еще И.Ф. Герbart отмечал, что «область умственной сферы проявляется в способности воспроизвести ранее усвоенные знания в связи с теми, которые усваиваются в данный момент» [4, с. 8].

Приведем примеры некоторых ассоциаций, найденных нашими учениками.

Ученик 6-го класса Игорь Кусык после знакомства с понятиями общего кратного и общего делителя заметил, что кратные похожи на луч, а делители – на отрезок. На первый взгляд – ничего общего. А мальчик рассуждал так: «Кратных любое число имеет очень много, для этого достаточно это число умножить на одно из натуральных чисел. А натуральных чисел ведь бесконечно много. Начинается множество кратных некоторому числу самим этим числом, т.е. это множество кратных имеет начало, но не имеет конца, как и луч» (мы детализировали рассуждение, ребенок привел их в сокращенном виде). Перед нами типичный пример установления ассоциации по схожести: оба объекта имеют начало, но не имеют

конца. С помощью дополнительных вопросов нам удалось выяснить, что ученик не упустил из поля зрения и отличное в этих объектах – дискретность первого и непрерывность второго, выраженное им, естественно, в более простых, понятных ему терминах. Множество делителей числа всегда конечно, имеет начало и конец, как и отрезок. Таким образом, школьник перебросил мостик между теорией чисел и геометрией.

Ученица этого же класса Елена Фаттахова, получив задание расставить в выражении знаки действий и скобки для получения определенного значения, заметила, что это задание напоминает ей задание на расстановку знаков препинания, от места которых в предложении изменяется его смысл (известный пример: «казнить нельзя помиловать»). Приведение подобных слагаемых дети сравнивали с поиском однородных членов предложения, подобные фигуры – с синонимами, противоположные числа – с антонимами и т.д. Иногда предложенные детьми образы удивляют своей неожиданностью и на первый взгляд кажутся даже нелогичными. Так, при изучении геометрического смысла определенного интеграла у детей возник образ составления из кусочков одного целого – пазла.

Оригинальность, насыщенность, неординарность, яркость ассоциаций зависят от индивидуальных особенностей ученика. Часто они возникают стихийно, даже подсознательно. Их можно назвать свободными ассоциациями.

Мы решили провести **целенаправленную работу по развитию умения устанавливать аналогии и ассоциации**, выбрав в качестве поля их поиска разнообразные литературные произведения всевозможных жанров, включая фольклорные.

Учащиеся всегда с интересом откликнулись на задание проанализировать гуманитарные объекты с точки зрения поиска в них общего с математическими. Они с удовольствием рассматривали литературные произведения (поговорки, крылатые выражения, загадки, песни, стихотворения и пр.), сквозь призму математических знаний,

пытаясь найти то, что объединяет их с математикой (установить ассоциацию по схожести), интерпретировать математику языком литературы.

Особенность установленных связей состоит в том, что они не всегда носят непосредственный характер – дети могут использовать как прямой смысл пословицы или загадки, так и переносный. Это обусловлено тем, что у одних ребят с младшего школьного возраста сохранилась способность понимать значения слов и фраз буквально, другие же наделяют ситуации переносным смыслом. Не всегда логика рассуждений одного человека понятна другому, поэтому некоторые из найденных литературных метафор математики мы сопровождаем краткими комментариями, которые, надеемся, сделают более прозрачной логику установления ассоциативных связей между различными объектами.

Установление аналогий, угадывание математических объектов по аналогии сродни отгадыванию загадок. Это занятие очень нравится школьникам, и не только тем, кто учится в гуманитарном классе, а потому способствует поддержанию интереса к изучению математики.

Нельзя не заметить возможностей работы по установлению ассоциаций для развития творческих задатков: памяти, остроты мышления, воображения. Наибольшую тренировку получает образная память, которая присуща большей части учащихся гуманитарных классов. Развивается и умение переформулировать факты разными способами.

Иногда дети предлагают новые названия, которых нет в математике. Мы, однако, считаем, что они имеют право на существование, поскольку облегчают запоминание и припоминание информации. Пример такого названия – «метод елочки» для решения систем линейных неравенств (на числовой оси получается рисунок, напоминающий елку). Кстати, многие медицинские и другие естественнонаучные термины возникли по внешней схожести и ассоциации. Да и в математическом языке есть термины, использующие метафоры, – «машинная память», «математическое ожи-

дание», что убеждает нас в целесообразности применения этой ненаучной терминологии.

Включая в урок задания на аналогии, мы параллельно с математическими знаниями закрепляем и расширяем филологические. Например, выясняем, чем пословица отличается от поговорки.

Когда говорят о традиционных межпредметных связях математики с другими школьными предметами в рамках одного цикла дисциплин, то как на возникающую при этом трудность часто указывают на несогласованность терминологии, например, в физике и математике. В наших заданиях эти сложности не возникают уже потому, что школьники изначально настроены найти за различной формулировкой какую-то общую идею. Такие упражнения приучают ребят видеть за внешними различиями внутренне похожие процессы и явления, находить объединяющий их стержень, что приближает математику к условиям реальной жизни и задачам.

Описанные нами задания на поиск аналогий – всего лишь отдельный прием, форма работы. Но он может стать трамплином, оттолкнувшись от которого можно создать систему работы в гуманитарном классе, и тогда предлагаемый нами прием сможет войти в эту систему как ее элемент.

Анализируя результаты уже проделанной работы, заметим, что установленные ассоциации **непроизвольно запоминаются учениками и облегчают припоминание учебного материала**. Существует мнение, что припоминание имеет более широкие возможности, чем повторение [9]. При повторении мы получаем копию, а при припоминании – образ. (Человек мыслит образами, а не словами – это один из основополагающих тезисов эйдетики.) Соглашаясь с мыслью Н.Д. Симоновой, что для решения задач не так важна точная формулировка свойств, как их правильное применение, не можем не отметить, что и здесь все зависит от типологических особенностей учеников. Есть школьники, которые, не сформулировав правило, не могут приступить к решению, для других же дослов-

ная формулировка совсем не обязательна. Таким образом, **анalogии выполняют и функцию активизации нужной информации**.

Нами также было выявлено, что не все учащиеся одинаково успешно справляются с заданиями на поиск ассоциаций. Тот факт, что ученику не удается установить аналогю, еще не означает, что он не усвоил материал и не может применить его на практике. Скорее всего, это связано с типом мышления учащихся. Возможно, дети, которым трудно наполнить реальным смыслом абстрактный математический объект, являются «теоретиками», т.е. имеют абстрактно-теоретический тип мышления. «Практики» же с хорошо развитым образным мышлением, воображением, интуицией справляются с подобными заданиями лучше. Они способны устанавливать неожиданные, нетрадиционные, даже невероятные связи между объектами, могут увидеть общее и похожее там, где прагматик не станет и искать. Если рассмотреть предложенную И. Каплуновичем типологию мышления [5], то можно сделать вывод, что с заданиями на нахождение ассоциаций лучше справляются дети с доминирующей проективной подструктурой мышления (они любят изучать предмет с разных точек зрения, устанавливать соответствия между объектами и их изображениями, планировать, находить различные применения предмета на практике). Те же учащиеся, для которых предлагаемые нами задания кажутся тяжелыми, преимущественно имеют доминирующую порядковую подструктуру (хорошо классифицируют, сравнивают, рассуждают последовательно, логично, успешно действуют по готовым алгоритмам, предпочитая этот вид работы остальным).

Итак, целенаправленная работа по поиску аналогий способствует, во-первых, **интеграции знаний** и установлению межпредметных связей. Во-вторых, она **развивает умение устанавливать аналогю**, которое оказывается очень важным, к примеру, при поиске новых технических решений, так как позволяет отойти от стереотипов, привлечь интуицию, актуализировать творче-

ское мышление. Другими словами, развитие ассоциативного мышления ведет человека к моменту собственного открытия.

Результат наших совместных с учениками поисков мы систематизировали в таблице аналогий. Фрагмент этой таблицы представляем ниже.

Приведем теперь примеры того, как можно использовать предложенную таблицу.

Более всего в пословицах и поговорках отображены свойства функций (в таблице приведена лишь малая их часть), поскольку функциональные зависимости наиболее распространены в окружающей нас действительности. Анализ разнообразных зависимостей, с которыми встречается человек, способствует развитию у школьников умений видеть причинно-следственные связи, прогнозиро-

Фольклорные метафоры математики

Математический объект	Фольклорный объект	Примечание
Аксиома	Ясно, как дважды два	
Метод от противного	Не было бы счастья, да несчастье помогло	
Параллельные плоскости	Загадка: два быка бодаются, вместе не сойдутся	Отгадка: небо и земля
Параллельные прямые	Загадка: два братца в воду глядятся, век не сойдутся	Отгадка: берега реки
Отрезок	Было бы начало, будет и конец. Как бечевку ни вить, а концу быть. Ласточка весну начинает, а соловей кончает	
Луч	Загадка: придет в дом, не выгонишь колом, пора придет – сам уйдет	Отгадка: солнечный луч
Прямая	Загадка: шагаешь – впереди лежит, оглянешься – назад бежит. Будешь ты у меня по ниточке ходить.	Отгадка: дорога
Круг и шар	Загадка: без окон, без дверей, полна горница людей. Полон хлебец белых овец	Здесь аналогия составлена не по отгадке, а по тому признаку, что круг и шар – фигуры, полностью «заполненные» точками
Окружность	Загадка: что не имеет ни начала ни конца?	Отгадка: кольцо
Через две точки можно провести только одну прямую	На двух якорях корабль крепче держится	Две точки однозначно задают прямую, закрепляют ее местоположение, как якоря – положение корабля
Если плоскости имеют одну общую точку, то они пересекаются по прямой, пересекающей эту точку	Коготок увяз – всей птичке пропасть	Общая точка – коготок, общая прямая – «вся птичка»
Прямая, перпендикулярная плоскости	Загадка: сто один брат, все в один ряд, вместе связаны стоят	Отгадка: забор. Каждый «брат» перпендикулярен земле
Проекция наклонной	От своей тени не убежишь. Загадка: сколько по ней ни иди, всё будет бежать впереди. Загадка: видать глазами, да не взять руками	Всякая наклонная имеет проекцию, как всякий предмет – тень Отгадка: тень
Перпендикуляр из точки на прямую	С одного вола двух шкур не дерут (словацкая мудрость)	Из одной точки на прямую двух перпендикуляров не провести
Прямоугольный треугольник	Все дороги ведут в Рим	Все высоты пересекаются в вершине

Нулевой вектор	У нашего господина нет ни ржи, ни овина	Все координаты равны нулю
Квадрат	Что вдоль, что поперек	
Функция общего вида (ни четная, ни нечетная). Ноль (ни положителен, ни отрицателен)	Ни да, ни нет. Ни то, ни се. Ни рыба, ни мясо. Ни нашим, ни нашим. Ни в тын, ни в ворота	
Немонотонная функция	Не всё в гору, ино и под гору	
Функция, не являющаяся непрерывной	Не всё дорога скатертью, бывают и перебежки. Не всё коту масленица, будет и великий пост. Не всё ненастье, проглянет и красно солнышко	
Возрастающая функция (прямая пропорциональность)	Чем дальше в лес, тем больше дров. Дальше в спор – больше слов. Больше почет – больше хлопот. Много снега – много хлеба. Меньше конь – меньше воз. Много гостей – много и новостей. Как аукнется – так и откликнется. Растет, как на дрожжах	
Убывающая функция (обратная пропорциональность)	Тише едешь – дальше будешь. Высоко летаешь – низко упадешь. Дальше от кузницы меньше копоти. Дальше положишь – ближе возьмешь. Меньше лести – больше чести. Меньше знаешь – крепче спишь	
Ограниченная функция	Выше меры и конь не скачет. Выше лба уши не растут. Выше лба очи не живут. Выше себя не вырастешь. Выше солнца сокол не летает. Дальше земли не упадешь. Есть и в море дно	
Неограниченная функция. Бесконечность	Горе, как море – берегов не видно	
График постоянной функции	Ни под гору, ни в гору	
Постоянная функция	Сколько волка ни корми, а он все в лес смотрит	
Сонаправленные векторы	Любить – это не смотреть друг на друга, а смотреть вместе в одном направлении	
Противоположно направленные векторы	Люди с базара, а Назар на базар	
Рефлексивность	Заяц самого себя боится	
Взаимно обратные действия	Одно слово кость ломит, другое – сращивает	
Вынесение множителя за скобки	Выносить сор из избы	
Нерациональный способ решения	Орлом комара не травят. Иглой дороги не меряют. Из пушки по воробьям не стреляют. Овчинка выделки не стоит	
Дифференцирование и интегрирование функции $y = e^x$	Вышел сух из воды. Истина не боится света. В воде не тонет, в огне не горит	

вать протекание процессов в дальнейшем. Функции и задачи, связанные с ними, являются одними из важнейших математических моделей, поэтому в школьном курсе математики так много внимания уделяется функциональной линии. Работа по установлению видов зависимостей может вестись не только на примерах из учебников и пособий, но и на фольклорном материале. Предлагаем провести диктант такого типа: учитель читает пословицу, а ученики должны определить, какая зависимость в ней отображена – прямая или обратная пропорциональность. Другой вариант проведения диктанта: учитель называет одно из свойств функции, а школьник из предложенного перечня пословиц должен выбрать ту, которая иллюстрирует данное свойство. Рекомендуем такое задание – каждой пословице из предложенных найти соответствующее свойство функции из некоторого их перечня. Еще одно задание: функциональные зависимости выражены словесно (в том числе загадками, пословицами и т.п.), аналитически, графически; их нужно разбить на группы (выбрать те, которые задают одну и ту же функцию).

При выполнении подобной учебной деятельности учащиеся не только устанавливают межпредметные связи, но и вовлекаются в изучение отечественной культуры и культуры других народов, что является одной из задач современного образования. Фольклор – кладезь народной мудрости. Обычно к нему обращаются учителя-словесники, но выполнение межпредметных заданий расширяет область его использования. Эти задания объединяют научную объективность, рациональность с образностью, эмоциональностью, ассоциативностью мышления школьников.

Для тренировки в свободном поиске ассоциаций предлагаем использовать игру по типу «испорченного телефона». Ведущий называет слово, а игрок должен подобрать к нему другое, которое ассоциируется с названным. Следующий игрок называет свое слово, ассоциирующееся у него со словом, названным предыдущим игроком. Побеждает команда, которая составит более длинную

цепочку ассоциаций. Например, треугольник – вершина – пирамида – Египет – сфинкс. Цель генерирования цепочки ассоциаций – расшатать стереотипы. Такие игры активизируют творческое мышление, способствует формированию творческой личности учащихся. Конечно, математика имеет массу возможностей для развития творческого начала в ребенке, однако предлагаемый нами вид работы может занять достойное место в методическом арсенале учителя, работающего в гуманитарном классе.

Литература

1. *Беляев, В.В.* Аналогия и метафора : Логико-философские штудии – 2 : сб. ст. / В.В. Беляев; под ред. С.И. Дудника, Я.А. Слинина. – СПб. : Санкт-Петербургское Философское общество, 2003. – С. 37–46.
2. *Гачев, Г.Д.* Математика глазами гуманитария (дневник удивлений математике) / Г.Д. Гачев. – М. : Изд-во СГУ, 2006. – 360 с.
3. *Дорофеев, А.В.* Гуманитарные аспекты преподавания математики / А.В. Дорофеев // Математика в школе. – 1990. – № 6.
4. *Зверев, И.Д.* Взаимная связь учебных предметов / И.Д. Зверев. – М. : Знание, 1977. – 65 с.
5. *Каплунович, И.Я.* Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления учащихся / И.Я. Каплунович. – М. : Педагогика, 1989.
6. *Корнійчук, І.* Метод аналогії у вивченні паралельності і перпендикулярності у просторі / І. Корнійчук // Математика в школі. – 2008. – № 4 – С. 31–34.
7. *Кохановский, В.П.* Основы философии науки : уч. пос. для аспирантов / В.П. Кохановский. – Ростов н/Д : Феникс, 2004. – 608 с.
8. Русские пословицы и поговорки / Под ред. В.П. Аникина – М. : Худож. лит-ра, 1988. – 431 с.
9. *Симонова, Н.Д.* Техніка «швидке згадування» / Н.Д. Симонова // Математика в школах України. – 2008. – № 11. – С. 22–25.
10. *Слепкань, З.* Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі : навч. посібник / З. Слепкань. – К. : Вища школа, 2005. – 239 с.

Ольга Викторовна Панишева – ассистент кафедры общей математики Луганского национального университета им. Т.Г. Шевченко, учитель высшей категории, г. Свердловск, пос. Шахтерский, Луганская обл., Украина.